

平成25(2013)年度  
東京大学大学院学際情報学府学際情報学専攻  
(先端表現情報学コース)  
入学試験問題  
専門科目  
(平成24年8月20日 14:00~16:00)

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んでください。

(Please read the instructions on the backside.)

1. 本冊子は、先端表現情報学コースの受験者のためのものである。
2. 本冊子の本文は14ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 本冊子には、問1から問3までの3問が収録されている。それら3問の全てに解答すること。ただし、第3問は選択問題である。
4. 本冊子の問題には、日本語文と英語文があるが、日本語文が正式なもので、英語文はあくまでも参考である。両者に意味の違いがある場合は、日本語文を優先すること。
5. 解答用紙は3枚ある。解答する問題ごとに解答用紙1枚を使用すること。このほかにメモ用紙が1枚ある。なお、解答用紙のみが採点の対象となる。
6. 解答用紙の上方の欄に、選択した問題の番号及び受験番号を必ず記入すること。問題番号及び受験番号を記入していない答案は無効である。
7. 解答には必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用すること。
8. 解答は原則として日本語によるものとする。ただし、英語で解答しても採点の対象とする。
9. 試験開始後は、中途退場を認めない。
10. 本冊子、解答用紙、メモ用紙は持ち帰ってはならない。
11. 次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏名	

先端表現情報学 第1問

下記の4つのベクトルを考える。

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, a_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

行列  $A = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]$  を  $A = QR$  のように分解したい。ただし、 $Q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$  は直交行列であり、 $R$  は上三角行列である。以下の設問に答えよ。

- (1)  $q_1 = a_1 / \|a_1\|$  と  $q_2 = (a_2 - q_1^T a_2 q_1) / \|a_2 - q_1^T a_2 q_1\|$  をそれぞれ求めよ。ただし、 $\|a_1\|$  は  $a_1$  のノルムとする。
- (2) 同様に、グラム-シュミットの直交化によって、 $q_3$  と  $q_4$  を求めよ。
- (3) 行列  $R$  を求めよ。
- (4)  $N$  行  $M$  列の行列  $B$  ( $N > M$ ) と、 $M$  次元の未知数ベクトル  $x$ 、 $N$  次元ベクトル  $b$  に対して、 $Bx = b$  なる連立方程式を考える。未知数の数より方程式の数が多いので、厳密な解が求まるとは限らない。そこで、誤差を  $E^2 = \|b - Bx\|^2$  とおき、これを最小化することを考える。 $B = Q_B R_B$  と分解できるとき、 $x = R_B^{-1} Q_B^T b$  が、この最小二乗解を与えることを証明せよ。ただし、 $I$  を単位行列としたとき、 $Q_B$  は、 $Q_B^T Q_B = I$  となる  $N$  行  $M$  列の行列、 $R_B$  は  $M$  行  $M$  列の上三角行列である。

### Question T1

Consider the following four vectors:

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

The matrix  $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3 \ \mathbf{a}_4]$  can be decomposed as  $A = QR$ , where  $Q = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ \mathbf{q}_3 \ \mathbf{q}_4]$  is an orthogonal matrix, and  $R$  is an upper triangular matrix. Answer the following questions.

- (1) Calculate  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{a}_1 / \|\mathbf{a}_1\|$  and  $\mathbf{q}_2 = (\mathbf{a}_2 - \mathbf{q}_1^T \mathbf{a}_2 \mathbf{q}_1) / \|\mathbf{a}_2 - \mathbf{q}_1^T \mathbf{a}_2 \mathbf{q}_1\|$ , respectively. Note that  $\|\mathbf{a}_1\|$  is a norm of  $\mathbf{a}_1$ .
- (2) In the same manner, calculate  $\mathbf{q}_3$  and  $\mathbf{q}_4$  by the Gram-Schmidt orthonormalization.
- (3) Calculate the matrix  $R$ .
- (4) Consider a system of equations  $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$  where  $B$  is a matrix with  $N$  rows and  $M$  columns ( $N > M$ ),  $\mathbf{x}$  is an unknown  $M$ -dimensional vector, and  $\mathbf{b}$  is an  $N$ -dimensional vector. Since the number of equations is larger than that of the unknown variables, the exact solution is not necessarily obtained. Here, we consider the minimization of the error value  $E^2 = \|\mathbf{b} - B\mathbf{x}\|^2$ . Give the proof of the fact that  $\mathbf{x} = R_B^{-1} Q_B^T \mathbf{b}$  gives the least square solution when the matrix  $B$  can be decomposed as  $B = Q_B R_B$  where  $Q_B$  is the matrix with  $N$  rows and  $M$  columns which satisfies  $Q_B^T Q_B = I$  ( $I$  is the identity matrix), and  $R_B$  is an upper triangular matrix with  $M$  rows and  $M$  columns.

## 先端表現情報学 第2問

集合の計算機での取り扱いについて、以下の設問に答えよ。ただし、集合の要素数を  $n$  とする。なお、計算量のオーダーとは、計算時間の見積もりを定数部分を無視して  $n$  の関数として与えたものである。たとえば、線形探索の計算量のオーダーは  $O(n)$  である。

- (1) 集合を表現する方法として、配列によるものと連結リストによるものがある。それぞれの表現において、先頭から  $k$  番目の要素を読み出す作業(get)、および先頭に要素を挿入する作業(insert)、それぞれの計算量のオーダーを答えよ。また、連結リストに対する insert の動作を、図を用いて説明せよ。
- (2) 要素間に順序関係が与えられている集合に対して、新しい要素を加える操作(insert)と、中から最小値を削除する操作(deletemin)を行うことを考える。連結リストによる実現方法として以下の2つが考えられる。(A) insert 時に毎回並べ替えを行って常にリスト内部が小さい順に並んだ状態にしておき、deletemin 時には単純に先頭の要素を削除する方法。(B) insert 時には特別な処理をせず deletemin 時に毎回最小値を探す方法。この2つの実現方法における insert と deletemin の計算量のオーダーをそれぞれ答えよ。
- (3) 要素間に順序関係が与えられている集合に対して insert と deletemin を効率的に行うことのできるデータ構造が知られている。それはどのようなデータ構造か、名称を答え、このデータ構造を用いたときの insert と deletemin の計算量のオーダーを答えよ。また、deletemin の動作を図を用いて説明せよ。
- (4) 集合に対して、新しい要素を加える操作(insert)と、特定の要素がすでに含まれているかどうかを調べる操作(member)を行うことを考える。ただし、insert の際、同じ要素が既に集合内に存在する場合には重複して追加しないようにする処理を行うものとする。集合を連結リストで表現した場合の insert と member の計算量のオーダーを答えよ。

【次頁に続く】

- (5) 要素間の順序関係を使わずに `insert` と `member` を効率的に行うことのできるデータ構造が知られている。それはどのようなデータ構造か、名称を答え、このデータ構造を用いたときの `insert` と `member` の計算量のオーダーを答えよ。また、`member` の動作を図を用いて説明せよ。

## Question T2

Answer the following questions concerning methods to handle a set in a computer. Assume that the size of the set equals  $n$ . The order of computational complexity is an estimation of computation time as a function of  $n$  ignoring constant factors. For example, the order of computational complexity of linear search is  $O(n)$ .

- (1) An array or linked list can be used to represent a set. Consider an operation to get  $k$ -th element of the set (`get`) and an operation to insert an element at the head of the set (`insert`). Answer the order of computational complexity of `get` and `insert`, respectively, for an array and linked list. Describe the behavior of `insert` for a linked list using a diagram.
- (2) Assume that the order relationship among elements is defined in a set. Consider an operation to add a new element to a set (`insert`) and an operation to delete the minimum element in the set (`deletemin`). There are two possible methods to achieve this using a linked list. (A) Re-order the list in ascending order every time a new element is inserted and simply delete the first element at `deletemin`. (B) Do nothing special when inserting a new element and search for the minimum element at `deletemin`. Answer the order of computational complexity of `insert` and `deletemin` in these two methods, respectively.
- (3) There is a data structure that can efficiently perform `insert` and `deletemin` for a set with order relationship among elements. Answer the name of the data structure and give the order of computational complexity of `insert` and `deletemin` when using the data structure. Describe the behavior of `deletemin` using a diagram.
- (4) Consider an operation to add a new element to a set (`insert`) and an operation to examine whether an element is already contained in the set or not (`member`). Assume that `insert` prevents an element already in the set from being added again. Answer the order of computational complexity of `insert` and `member` when using a linked list.

[Continue to the next page]

(5) There is a data structure that can efficiently perform insert and member for a set without using order relationship among its elements. Answer the name of the data structure and give the order of computational complexity of insert and member when using the data structure. Describe the behavior of member using a diagram.

先端表現情報学 第3問

以下の問題（問 3-A～3-C）から1つを選択し、解答せよ。なお、選択した問題の番号を解答用紙に明記せよ。



### **Question T3**

Select one question from the following **Questions 3-A ~ 3-C**, and answer the question. Mark the number of question you selected in the answer sheet.

### 問 3-A

信号処理に関する以下の設問に答えよ。必要に応じて図を用いてもよい。なお、図は行数に含めない。

- (1) アナログ信号をデジタル信号に変換する場合、標本化および量子化と呼ばれる処理が行われる。標本化および量子化について各 3 行以内で説明せよ。
- (2) 一般にアナログ／デジタル変換を行う場合、帯域制限フィルタが必要となる。その理由を 10 行以内で述べよ。
- (3) デジタルカメラにおいて画像を得るための標本化および量子化について各 5 行以内で説明せよ。
- (4) デジタル画像のデータ量圧縮のために次の 2 つの処理を考える。  
[A] 階調数を変更する処理  
[B] ハフマン符号化を用いる処理  
それぞれの処理が画質に与える影響を各 3 行以内で述べよ。

### Question T3-A

Answer the following questions regarding signal processing. You may draw figures, if necessary. Figures are not included in the number of lines.

(1) Sampling and quantization are performed when an analog signal is converted to a digital signal. Explain sampling and quantization within 3 lines, respectively.

(2) Generally, a band-pass filter is required for analog-to-digital conversion. Explain the reason within 10 lines.

(3) Explain sampling and quantization when capturing images by digital still cameras within 5 lines, respectively.

(4) We consider the following two methods to compress the digital image data.

[A] the change of the number of intensity levels

[B] Huffman coding

Explain the influence on the image quality by each method within 3 lines.

### 問 3-B

境界の形状が幾何学的に相似な2つの流れに対して、これらの境界に働く力の比が同一であれば、力学的相似性が成り立つ。相似則に関連する以下の無次元数について設問に答えよ。なお、変数を用いて説明する際には、以下を用いること。

$a$ : 音速                       $L$ : 代表長さ                       $U$ : 代表速度  
 $\mu$ : 粘性係数                       $\nu$ : 動粘性係数                       $\rho$ : 密度                       $\omega$ : 周波数

(1) レイノルズ数について以下の設問に答えよ。

- ① レイノルズ数の定義を変数を用いて示し、その物理的な意味を5行以内で説明せよ。
- ② レイノルズ数の増加に伴って流れがどのように変化するか、5行以内で述べよ。

(2) マッハ数について以下の設問に答えよ。

- ① マッハ数の定義を変数を用いて示し、その物理的な意味を5行以内で説明せよ。
- ② マッハ数の増加に伴って流れがどのように変化するか、5行以内で述べよ。

### Question T3-B

Similitude of two flows is achieved if ratios of forces acting on corresponding boundary surfaces and geometry in the two systems are the same. Answer the following questions regarding the dimensionless parameters related to similitude. Use the variables below if necessary.

$a$ : speed of sound       $L$ : characteristic length       $U$ : characteristic velocity  
 $\mu$ : viscosity       $\nu$ : kinematic viscosity       $\rho$ : density  
 $\omega$ : frequency

(1) Answer the following questions regarding the Reynolds number.

- ① Describe the Reynolds number using the variables and explain its physical meaning within 5 lines.
- ② Explain how the flow changes with the increase in the Reynolds number within 5 lines.

(2) Answer the following questions regarding the Mach number.

- ① Describe the Mach number using the variables and explain its physical meaning within 5 lines.
- ② Explain how the flow changes with the increase in the Mach number within 5 lines.

問 3-C

道路交通を担う自動車交通による社会・環境影響に関して、以下の設問に答えよ。

(1) 道路交通における環境影響には、主に次の3つがある。

[A] 人体に有害な自動車排気ガスによる大気汚染

[B] 自動車の走行による騒音・振動

[C] 自動車走行で消費されるエネルギー・二酸化炭素排出

上記の3項目の空間的変化と時間的変化に着目し、[A]、[B]、[C]それぞれの特徴とその対策について、各3～5行程度で述べよ。

(2) 電気自動車(EV)は走行時の環境影響の少ない自動車として期待を集めているが、ライフサイクルアセスメント(LCA)の観点からみたEVの長所と短所について、5～10行程度で述べよ。

(3) EV およびハイブリッドカー(HEV)やプラグインハイブリッドカー(PHV)などは環境影響の少ない自動車として期待されており、今後大幅に台数が増えるものと予想されている。こうした台数の増加が道路の維持補修に必要な財源に及ぼす問題を考察し、その理由と解決策を含めて5～10行程度で述べよ。

### Question T3-C

Answer the following questions regarding the environmental impact of highway vehicular traffic.

(1) The major environmental impacts of highway vehicular traffic are as follows.

[A] Air pollution issues with vehicular emission noxious gas

[B] Noise and vibration issues by running vehicles

[C] Issues on energy consumption or CO<sub>2</sub> emission by running vehicles

Write the characteristics and the alleviating methods of these issues [A], [B], and [C], in particular, regarding their spatial and temporal changes, within 3 to 5 lines.

(2) The electric vehicles (EVs) are expected to be environment-friendly. Write the advantages and disadvantages of the EVs from the viewpoint of the Life Cycle Assessment (LCA) within 5 to 10 lines.

(3) Not only the EVs but also the Hybrid Electric Vehicles (HEVs) and the Plug-in Hybrid Vehicles (PHVs) are believed to be environment-friendly, therefore, the number of these vehicles will rapidly increase in near future. Write the financial impact of the increase in the number of such vehicles on the governmental source of revenues for maintaining and repairing the highways within 5 to 10 lines. The reasons and the solutions of such financial impact should be included.

Entrance Examination  
for Emerging Design and Informatics Course,  
Graduate School of Interdisciplinary Information Studies,  
The University of Tokyo.  
Academic Year 2013  
(14:00-16:00, August 20th, 2012)

Directions: Do not open this booklet before the examination begins.  
Read the following instructions carefully.

1. This booklet is for the examinees in Emerging Design and Informatics Course, Graduate School of Interdisciplinary Information Studies.
2. This booklet includes 14 pages. Report missing, misplaced, and imperfect pages to the instructor.
3. This booklet includes a set of three questions (Question 1 ~ 3). Answer all the three questions. Regarding Question 3, select one question from three questions.
4. Each question is described both in Japanese and in English. Use the Japanese version primarily; the English version is provided for the reference purpose only.
5. There are three answer sheets and a scratch paper. Use one answer sheet per question. A scratch paper is provided for calculation. Only the answer sheets will be considered valid.
6. Write a question number and your examinee's number in the designated boxes located at the top of each answer sheet. The answer missing a question number and/or an examinee's number will not be considered valid.
7. Use only black pencils (or black mechanical pencils).
8. Answer the questions in Japanese as a general rule, although you are also allowed to answer in English.
9. Do not leave the room until the examination is finished.
10. Do not take away this booklet, the answer sheets, and the scratch paper.
11. Write your examinee's number and your name in the designated boxes below.

Examinee's Number	
Name	