

平成24（2012）年度
東京大学大学院学際情報学府学際情報学専攻
（先端表現情報学コース）
入学試験問題
専 門 科 目

（平成23年8月22日 14：00～16：00）

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んでください。

(Please read the instructions on the back side.)

1. 本冊子は、先端表現情報学コースの受験者のためのものである。
2. 本冊子の本文は13ページ（T-1～T-13）である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 本冊子には、先端表現情報学 第1問から先端表現情報学 第3問までの3問が収録されている。それら3問の全てに解答すること。
4. 本冊子の問題には、日本語文と英語文があるが、日本語文が正式なもので、英語文はあくまでも参考である。両者に意味の違いがある場合は、日本語文を優先すること。
5. 解答用紙は3枚ある。解答する問題ごとに解答用紙1枚を使用すること。このほかにメモ用紙が1枚ある。なお、解答用紙のみが採点の対象となる。
6. 解答用紙の上方の欄に、選択した問題の番号及び受験番号を必ず記入すること。問題番号及び受験番号を記入していない答案は無効である。
7. 解答には必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用すること。
8. 解答は原則として日本語によるものとする。ただし、英語で解答しても採点の対象とする。
9. 試験開始後は、中途退場を認めない。
10. 本冊子、解答用紙、メモ用紙は持ち帰ってはならない。
11. 次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏 名	

先端表現情報学 第1問 (Question T1)

入力 t に対して得られる出力 y の n 個のデータセットの組を考え、以下のように線形に近似する。

$$y_k \cong c + vt_k \quad (1)$$

ただし、 $k=1,2,3,\dots,n$ とする。この式は次のように行列として表すことができる。

$$A\vec{x} \cong \vec{b} \quad (2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & t_n \end{pmatrix}, \vec{x} = \begin{pmatrix} c \\ v \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix}$$

また、式 (2) の誤差ベクトル $\vec{\epsilon}$ は以下のように表される。

$$\vec{\epsilon} = A\vec{x} - \vec{b} \quad (3)$$

このとき以下の問いに答えなさい。

- (1) 式 (3) について、誤差ベクトル $\vec{\epsilon}$ とその転置の $\vec{\epsilon}^T$ に関する偏微分、 $\frac{\partial \vec{\epsilon}}{\partial \vec{x}}$ と $\frac{\partial \vec{\epsilon}^T}{\partial \vec{x}}$ を求めよ。
- (2) 誤差 $\|\vec{\epsilon}\|$ を最小にするベクトル \vec{x} が求まるために、行列 A が満たすべき条件は何か。
- (3) 誤差 $\|\vec{\epsilon}\|$ を最小化するベクトル \vec{x} を A と \vec{b} を用いて表せ。
- (4) 以下の測定値が得られたとして、問 (3) の結果を用いて、誤差 $\|\vec{\epsilon}\|$ を最小化する近似式 (1) における c と v を求めよ。

t	-1	0	1	2
y	1	0	-2	-4

Question T1

Consider the n sets of data, which consist of input t and output y of a measurement. We approximate the relationship between the input and the output by the following linear equation:

$$y_k \cong c + vt_k \quad (1)$$

where $k=1,2,3,\dots,n$. This equation can also be expressed as;

$$A\vec{x} \cong \vec{b} \quad (2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & t_n \end{pmatrix}, \vec{x} = \begin{pmatrix} c \\ v \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix}$$

Then the error vector of this approximation is given by,

$$\vec{\epsilon} = A\vec{x} - \vec{b} \quad (3)$$

Answer the following questions:

- (1) Derive the partial differentiation of the error vector $\vec{\epsilon}$ and its transposed vector $\vec{\epsilon}^T$ with respect to \vec{x} , i.e. $\frac{\partial \vec{\epsilon}}{\partial \vec{x}}$ and $\frac{\partial \vec{\epsilon}^T}{\partial \vec{x}}$.
- (2) What is the condition on the matrix A to minimize the error $\|\vec{\epsilon}\|$?
- (3) Derive vector \vec{x} that minimizes the error $\|\vec{\epsilon}\|$ by using A and \vec{b} .
- (4) Assume that we obtained the following 4 sets of data, obtain c and v in the linear equation (1) that minimizes the error $\vec{\epsilon}$.

t	-1	0	1	2
y	1	0	-2	-4

先端表現情報学 第2問 (Question T2)

n 個の実数の集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ を小さい順に並べて数列 $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ ($y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$) を作るソーティングについて、以下の問いに答えよ。

- (1) 下記のアлゴリズムでソーティングすることを考える。このとき、最も計算量が少なくなるのは X がどのような場合か答えよ。また、最も計算量が多くなるのは X がどのような場合か答えよ。

以下のステップ①～③を $k=1$ から $k=n-1$ まで繰り返す。

- ① x_1, \dots, x_k が既に小さい順に並べられ、 z_1, \dots, z_k として与えられているとする。
- ② x_{k+1} を z_k, z_{k-1}, \dots と順次比較し、初めて $x_{k+1} > z_j$ となる z_j を見つける。
- ③ $z_1, \dots, z_j, x_{k+1}, z_{j+1}, \dots, z_k$ とすることで、 x_1, \dots, x_{k+1} を小さい順に並べた数列を得る。ただし、②で $x_{k+1} > z_j$ となる z_j が見つからない場合には、 x_{k+1}, z_1, \dots, z_k とすることで x_1, \dots, x_{k+1} を小さい順に並べた数列を得る。

- (2) 問(1)で答えた2つの場合について、それぞれの計算量を n を用いて示せ。

- (3) 次に、下記の手ステップ①～④で構成される別のアルゴリズムを考える。ただし、簡単のために $n=2^k$ とする。このアルゴリズムの計算量 $T(n)$ を漸化式の形で表現しなさい。必要に応じて、適宜定数を定義して用いてもよい。

- ① $n=2$ ならば、 x_1 と x_2 を比較して $Y = y_1, y_2$ を求めて完了する。
- ② $n > 2$ ならば、 X を $X_1 = \{x_1, \dots, x_{n/2}\}$ と $X_2 = \{x_{n/2+1}, \dots, x_n\}$ の2つの集合に分割する。
- ③ X_1 と X_2 のそれぞれにアルゴリズムを再帰的に適用し、小さい順に並べた数列 Z_1 と数列 Z_2 を得る。
- ④ Z_1 と Z_2 の要素を先頭から順々に比較しながら併合し、 $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ を得て完了する。

- (4) 問(3)で求めた計算量 $T(n)$ の漸化式を用いて計算量のオーダー O を求めなさい。その際に途中の導出過程を示すこと。

- (5) 問(2)で答えた2つの場合の計算量と問(4)の計算量のオーダーを比較しなさい。

Question T2

Answer the following questions about sorting a set of n real numbers $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ to obtain a sequence $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ in ascending order ($y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$).

- (1) First, we consider sorting X by using the algorithm shown below. Describe in what case the computational complexity of this algorithm becomes the best and the worst, respectively.

Repeat the following steps from $k = 1$ until $k = n - 1$.

- ① Suppose a subset $\{x_1, \dots, x_k\}$ has already been sorted as a sequence z_1, \dots, z_k ($z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_k$).
- ② x_{k+1} is compared with each element of the sequence in a descending order from z_k to z_1 , until the first z_j which satisfies $x_{k+1} > z_j$ is found.
- ③ A sorted sequence is then obtained as $z_1, \dots, z_j, x_{k+1}, z_{j+1}, \dots, z_k$. If none of z is smaller than x_{k+1} in Step ②, a sorted sequence is obtained as x_{k+1}, z_1, \dots, z_k .

- (2) Show the computational complexity of the sorting procedure for the two cases in Question (1) by using n .

- (3) Next we consider another sorting algorithm shown below (Step ① to Step ④). Here we assume $n = 2^k$. Show the computational complexity $T(n)$ of this algorithm by using a recursion formula. Use constants by defining them if necessary.

- ① If $n = 2$, $Y = y_1, y_2$ is obtained by comparing x_1 and x_2 , and Y is returned as the result.
- ② If $n > 2$, X is divided into two sets $X_1 = \{x_1, \dots, x_{n/2}\}$ and $X_2 = \{x_{n/2+1}, \dots, x_n\}$.
- ③ X_1 and X_2 are sorted by applying the same algorithm recursively to obtain sorted sequences Z_1 and Z_2 .
- ④ $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ is obtained by merging Z_1 and Z_2 by comparing their elements in the ascending order, and Y is returned as the result.

[Continue to the next page]

- (4) Derive the order O of the computational complexity of this sorting algorithm by using the recursion formula of $T(n)$ in Question (3).
- (5) Compare the computational complexity of the sorting algorithm in Question (3) with those obtained in Question (2).

先端表現情報学 第3問 (Question T3)

以下の問題（問 3-A～C）から1つを選択し、解答せよ。なお、必ず選択した問題の番号を解答用紙に明記せよ。

Question T3

Select one question from the following Question T3-A - T3-C, and answer the question. Mark the number of question you selected to the answer sheet.

問 3-A (Question T3-A)

デジタル信号処理に関する以下の問 (1), (2) に答えよ。

- (1) 時不変線形システムとは何かを説明せよ。
- (2) 未知の時不変線形システムが与えられ、その特性を求めたい。以下の応答特性を求めるための手法を論ぜよ。
 - (a) インパルス応答
 - (b) 周波数応答

情報理論に関わる以下の問 (3), (4) に答えよ。

- (3) 2つの情報源 A と B がある。情報源 A と情報源 B の相互情報量とは何かについて説明せよ。
- (4) 通信系における送信機からの信号を情報源 A、通信路を介して、受信機で受信した信号を情報源 B とする。この時、A と B の相互情報量は何かについて述べよ。さらに、通信系における相互情報量を変化させる要因について述べ、相互情報量はどのような範囲で変化するかについて述べよ。

Question T3-A

Answer the following questions (1), (2) regarding digital signal processing.

- (1) Explain what the time invariant linear system is.
- (2) An unknown time invariant linear system is given. In order to identify the characteristics of the system, explain how the characteristics below can be obtained.
 - (a) Impulse Response
 - (b) Frequency Response

Answer the following questions (3), (4) regarding information theory.

- (3) Assume there are two information sources A and B. Explain what the mutual information of A and B is.
- (4) Suppose the information source A is signals of the transmitter of a communication system and information source B is signals received by the receiver. Explain the mutual information of A and B. In addition, describe the factors that vary mutual information in the communication system, and the range of its variation.

問 3-B (Question T3-B)

- (1) 応力とは何か、荷重、断面といったことばを用いて説明せよ。
- (2) 棒を引っ張ったときの変形を考える。変形前の長さを h_0 、変形後の長さを h としたとき、垂直ひずみはどのように求めるか。変形量が微小であるとして答えよ。
- (3) 軟鋼の棒を考える。この棒の引張試験を行った場合に得られる、応力ひずみ線図を示せ。また引張強さとは何か図と関係させつつ説明せよ。
- (4) 弾性域および塑性域について、弾性率、フックの法則、降伏といったことばを用いて説明せよ。

Question T3-B

- (1) Explain what stress is by using the terms load and cross-section.
- (2) Consider the deformation of a bar by some tension. How do you solve its normal strain? Assume that the length before the pulling is h_0 and the length after the pulling is h , and the deformation is minute.
- (3) Show a typical stress-strain curve of a mild steel bar during tensile testing. Then explain what the tensile strength is referring to the graph.
- (4) Describe about elastic region and non-elastic region using the terms elastic modulus, Hook's law, and yield behavior.

問 3-C (Question T3-C)

交通信号の切り替わり時には一般に、黄時間と全赤時間（全流入方向に赤表示が示される時間）が挿入される。黄時間と全赤時間に関する以下の問(1), (2)に答えよ。

- (1) 黄時間と全赤時間それぞれについて、交通流処理上の意味を各 3 行以内で述べよ。
- (2) 黄時間および全赤時間が短すぎる場合や長すぎる場合に、どのような弊害が起こりうるか、10 行以内で述べよ。

次世代エネルギーシステムであるスマートグリッドに関して、以下の問(3), (4)に答えよ。

- (3) スマートグリッドの概念を、5 行以内で述べよ。
- (4) スマートグリッドが持つ都市防災上のメリットについて、10 行以内で述べよ。

Question T3-C

When a traffic signal changes, yellow time and all red time (a time period when traffic lights for all approaches are red) are inserted generally. Answer the following questions (1), (2).

- (1) Explain the meaning of yellow time and all red time in traffic flow control within 3 lines, respectively.
- (2) What kind of problems may occur when yellow time and all red time are too short or too long? Explain the problems within 10 lines.

Answer the following questions (3), (4) about smart grid as an energy system in the next generation.

- (3) Explain the concept of smart grid within 5 lines.
- (4) Explain the merits of smart grid for urban disaster prevention within 10 lines.

Entrance Examination
for Emerging Design and Informatics Course,
Graduate School of Interdisciplinary Information Studies,
The University of Tokyo.
Academic Year 2012
(14:00-16:00, August 22, 2011)

Directions: Do not open this booklet before the examination begins.
Read the following instructions carefully.

1. This booklet is for the examinees in Emerging Design and Informatics Course, Graduate School of Interdisciplinary Information Studies.
2. This booklet includes 13 pages (T-1~T-13) . Report missing, misplaced, and imperfect pages to the instructor.
3. This booklet includes a set of three questions (Question T1 ~ T3). Answer all the three questions.
4. Each question is described both in Japanese and in English. Use the Japanese version primarily; the English version is provided for the reference purpose only.
5. There are three answer sheets and a scratch paper. Use one answer sheet per question. A scratch paper is provided for calculation. Only the answer sheets will be considered valid.
6. Write a question number and your examinee's number in the designated boxes located at the top of each answer sheet. The answer missing a question number and/or an examinee's number will not be considered valid.
7. Use only black pencils (or black mechanical pencils).
8. Answer the questions in Japanese as a general rule, although you are also allowed to answer in English.
9. Do not leave the room until the examination is finished.
10. Do not take away this booklet, the answer sheets, and the scratch paper.
11. Write your examinee's number and your name in the designated boxes below.

Examinee's Number	
Name	