

平成23（2011）年度  
東京大学大学院学際情報学府学際情報学専攻  
修士課程（先端表現情報学コース）  
入学試験問題  
専 門 科 目

（平成22年8月23日 14：00～16：00）

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んでください。

(Please read the instructions on the back side.)

1. 本冊子は、先端表現情報学コースの受験者のためのものである。
2. 本冊子の本文は14ページ（T-1～T-10, A-1～A-4）である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 本冊子には、先端表現情報学 第1問から先端表現情報学 第5問までの5問と、総合分析情報学 第2問と総合分析情報学 第4問の2問が収録されている。先端表現情報学 第1問から先端表現情報学 第5問までの中から3問を選択して解答するか、あるいは、先端表現情報学 第1問から先端表現情報学 第5問までの中から2問と、それ以外から1問の計3問を選択して解答すること。
4. 本冊子の問題には、日本語文と英語文があるが、日本語文が正式なもので、英語文はあくまでも参考である。両者に意味の違いがある場合は、日本語文を優先すること。
5. 解答用紙は3枚ある。選択した問題ごとに解答用紙1枚を使用すること。このほかにメモ用紙が1枚ある。なお、解答用紙のみが採点の対象となる。
6. 解答用紙の上方の欄に、選択した問題の番号及び受験番号を必ず記入すること。問題番号及び受験番号を記入していない答案は無効である。
7. 解答には必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用すること。
8. 解答は原則として日本語によるものとする。ただし、英語で解答しても採点の対象とする。
9. 試験開始後は、中途退場を認めない。
10. 本冊子、解答用紙、メモ用紙は持ち帰ってはならない。
11. 次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏 名	

## 先端表現情報学 第1問 (Question T1)

ある  $k$  番目のステップにおける値  $y_k$  と  $z_k$  はその前の  $k-1$  番目のステップの値  $y_{k-1}$  と  $z_{k-1}$  を用いて、式(T1-1)のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} y_k \\ z_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_{k-1} \\ z_{k-1} \end{pmatrix} \quad (\text{T1-1})$$

ここで、 $k$  は正の整数とする。

以下の設問に答えよ。

- (1) 行列  $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$  の固有値  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  を求めよ。ここで、 $\lambda_1 > \lambda_2$  である。
- (2) 固有ベクトル行列  $S$  を求めよ。
- (3) 行列  $A$  と固有ベクトル行列  $S$  に対して  $S^{-1}AS = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$  の関係が成り立つことを証明せよ。
- (4)  $A^k$  を求めよ。
- (5)  $k \rightarrow \infty$  の時の  $y_k$  と  $z_k$  を初期値  $y_0$  と  $z_0$  を用いて表せ。

### Question T1

The variables  $y_k$  and  $z_k$  at the  $k$ th step are described as equation (T1-1) using the variables  $y_{k-1}$  and  $z_{k-1}$  at the previous  $k-1$ th step

$$\begin{pmatrix} y_k \\ z_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_{k-1} \\ z_{k-1} \end{pmatrix} \quad (\text{T1-1})$$

where  $k$  is a positive integer.

Answer the following questions.

- (1) Obtain the eigenvalues  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$ ,  
where  $\lambda_1 > \lambda_2$ .
- (2) Obtain the eigenvector matrix  $S$ .
- (3) Prove that  $S^{-1}AS = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$  can be derived for the matrix  $A$  and the eigenvector matrix  $S$ .
- (4) Obtain  $A^k$ .
- (5) Describe  $y_k$  and  $z_k$  at  $k \rightarrow \infty$  using the initial values  $y_0$  and  $z_0$ .

## 先端表現情報学 第2問 (Question T2)

以下では、 $P$ 、 $Q$  は命題論理での命題記号、 $R$ 、 $S$  は命題論理式を表わし、 $\wedge$ 、 $\vee$ 、 $\rightarrow$ 、 $\neg$  は、それぞれ論理積、論理和、含意、否定を表すものとする。また、命題論理での一つの解釈とは、使われている命題記号のすべてに真か偽のいずれかを割当てたものをいう。 $n$  個の命題記号が使われている場合には、 $2^n$  個の解釈がある。論理式は、そのようなすべての解釈のもとで真となる時、またその時に限って、恒真であるという。また、論理式は、そのようなすべての解釈のもとで偽となる時、またその時に限って、恒偽であるという。ある解釈のもとである論理式が真となる時、また、その時に限って、その解釈はその論理式を充足するという。次の各問に答えよ。

(1) 次の各式をそれぞれ恒真、恒偽、そのいずれでもないに分類し、その理由を述べよ。

- (a)  $\neg(\neg P) \rightarrow P$
- (b)  $P \rightarrow (P \wedge Q)$
- (c)  $P \rightarrow (P \vee Q)$
- (d)  $\neg P \rightarrow (P \wedge Q)$
- (e)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- (f)  $P \rightarrow \neg P$
- (g)  $\neg P \rightarrow P$

(2) 論理式  $S$  を充足するすべての解釈が論理式  $R$  を充足するとき、また、その時に限り、 $R$  が論理式  $S$  の論理的帰結であるという。次のそれぞれの言明の正誤をそう考える理由とともに述べよ。

- (a)  $R$  が  $S$  の論理的帰結であれば必ず、 $R \vee S$  は恒真である。
- (b)  $R$  が  $S$  の論理的帰結であれば必ず、 $\neg S \vee R$  は恒真である。
- (c)  $R$  が  $S$  の論理的帰結であれば必ず、 $\neg R \wedge S$  は恒偽である。

(3) 設問(2)に与えた論理的帰結の定義を使って、論理式  $S$  が  $R \wedge (R \rightarrow S)$  の論理的帰結であることを証明せよ。

## Question T2

In the following,  $P$  and  $Q$  are propositional symbols in propositional logic, while  $R$  and  $S$  are propositional formulas.  $\wedge, \vee, \rightarrow$  and  $\neg$  are logical connectives of conjunction, disjunction, implication and negation, respectively. An interpretation in propositional logic is an assignment in which either **T** (true) or **F** (false) is assigned to all of the propositional symbols used in the logic. There are  $2^n$  interpretations when  $n$  propositional symbols appear in the logic. A formula is “valid”, if and only if it is **T** (true) under all the interpretations. A formula is “inconsistent”, if and only if it is **F** (false) under all the interpretations. An interpretation satisfies a formula  $R$ , if and only if the formula is **T** under the interpretation.

Answer the following questions.

- (1) Classify each of the following formulas into **V** (valid), **I** (inconsistent), and **N** (neither valid nor inconsistent) with brief explanation.

- (a)  $\neg(\neg P) \rightarrow P$
- (b)  $P \rightarrow (P \wedge Q)$
- (c)  $P \rightarrow (P \vee Q)$
- (d)  $\neg P \rightarrow (P \wedge Q)$
- (e)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- (f)  $P \rightarrow \neg P$
- (g)  $\neg P \rightarrow P$

- (2)  $R$  is called a logical consequence of  $S$ , if and only if all the interpretations which satisfy  $S$  also satisfy  $R$ . Give your judgment as to whether the following statements are correct or wrong, with brief explanation.

- (a) Whenever  $R$  is a logical consequence of  $S$ ,  $R \vee S$  is valid.
- (b) Whenever  $R$  is a logical consequence of  $S$ ,  $\neg S \vee R$  is valid.
- (c) Whenever  $R$  is a logical consequence of  $S$ ,  $\neg R \wedge S$  is inconsistent.

- (3) Using the definition of logical consequence given in question (2), prove that  $S$  is a logical consequence of  $R \wedge (R \rightarrow S)$ .

先端表現情報学 第3問 (Question T3)

- (1) 若者にだけ聞こえるモスキート音が話題になっている。これはどのようなもので、何に利用されているか、100文字程度で説明せよ。
- (2) 以下の問いに答えよ。
- (a) 信号 $x(t)$ が式(T3-1)のように $X(f)$ を用いて表されるとき、 $X(f)$ を $x(t)$ から導く式を記せ。ただし、 $j$ は虚数単位である。

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (\text{T3-1})$$

- (b)  $x_e(-t) = x_e(t)$  が成り立つ関数 $x_e(t)$ と、 $x_o(-t) = -x_o(t)$  が成り立つ関数 $x_o(t)$ は、それぞれ何と呼ばれるか答えよ。また、図 T3-1の信号 $x(t)$ を、 $x(t) = x_e(t) + x_o(t)$ の形に分離して、 $x_e(t)$ と $x_o(t)$ をそれぞれ図示せよ。

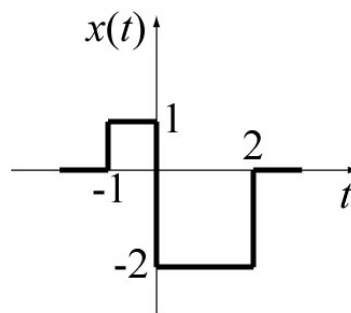


図 T3-1

- (c) 上記の議論で $x_e(t)$ と $x_o(t)$ が実関数のとき、それぞれに対応する $X_e(f)$ と $X_o(f)$ は、どのようになるか。式(T3-2)のオイラーの公式を用いて説明せよ。

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j \sin\theta \quad (\text{T3-2})$$

- (3) 以下の問いに答えよ。
- (a) 不規則信号 $x_r(t)$ の自己相関関数 $\varphi_r(\tau)$ と、周期信号(周期 $T$ ) $x_p(t)$ の自己相関関数 $\varphi_p(\tau)$ の定義を記せ。
- (b) 周期 $T$ 、パルス幅 $t$ 、振幅 $A$ の周期方形パルス列の自己相関関数を図示せよ。

### Question T3

- (1) The mosquito sound which only younger people can perceive is a topic in the news. Explain what it is, and how it can be used in about 30 words.
- (2) Answer the following questions.

- (a) When a signal  $x(t)$  is represented in equation (T3-1) using  $X(f)$ , describe an equation which derives  $X(f)$  from  $x(t)$ . Note that  $j$  is the imaginary unit.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (\text{T3-1})$$

- (b) Consider functions  $x_e(t)$  and  $x_o(t)$  which satisfy  $x_e(-t) = x_e(t)$  and  $x_o(-t) = -x_o(t)$ . What are the names of these functions? Consider a signal  $x(t)$  illustrated in Figure T3-1. Draw the separated signals  $x_e(t)$  and  $x_o(t)$  where  $x(t) = x_e(t) + x_o(t)$ .

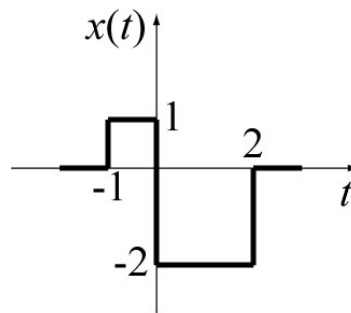


Figure T3-1

- (c) When  $x_e(t)$  and  $x_o(t)$  are real functions, explain the characteristics of the corresponding  $X_e(f)$  and  $X_o(f)$  in above discussion using Euler's formula as shown in equation (T3-2).

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j \sin\theta \quad (\text{T3-2})$$

- (3) Answer the following questions.
- (a) Describe the definition of autocorrelation functions  $\varphi_r(\tau)$  and  $\varphi_p(\tau)$  of a random signal  $x_r(t)$  and a periodical signal (period  $T$ )  $x_p(t)$ , respectively.
- (b) Draw the autocorrelation function of a periodical square pulse sequence whose period is  $T$ , pulse width is  $t$ , and amplitude is  $A$ .

#### 先端表現情報学 第4問 (Question T4)

図 T4-1 に示すように、速度  $r$  で走行する自動車 A に追従するように自動車 B を制御することを考える。自動車は左方向に進み、操舵はしないものとする。自動車 B の質量を  $m$ 、駆動力を  $f$ 、速度を  $v$  とする。なお、路面と各自動車のタイヤの摩擦は無視できるものとし、各自動車は質点と考えてよい。なお、力と速度は左側を正とする。

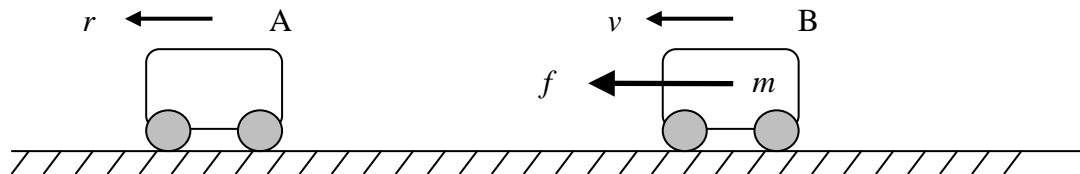


図 T4-1

自動車 A と自動車 B の相対速度をフィードバックして、自動車 B の駆動力を決めることにする。すなわち、フィードバックゲイン  $k$  を用いて、駆動力  $f$  は式 (T4-1) のように表わされるとする。

$$f = k(r - v) \quad (\text{T4-1})$$

- (1) 自動車 B の運動方程式を求めよ。
- (2) 速度  $r$  から  $v$  までのラプラス形式の伝達関数を求めよ。なお、ラプラス演算子を  $s$  とせよ。
- (3) この制御系が安定になる条件を求めよ。

以下の問題では、制御系は安定していると考えよ。

- (4) 静止した状態から、突然、自動車 A を一定速度  $V$  で走行させた。この時、この制御により、最終的に、自動車 B は自動車 A と同じ速度  $V$  で追従して走行するようになるか理由とともに答えよ。
- (5) 自動車 A の速度  $r$  が一定ではなく、式 (T4-2) に示すような振動成分を含んでいるものとする。ここで、 $a$  は振動成分の振幅、 $r_0$  は定数、 $t$  は時間、 $\omega$  は振動成分の角振動数を表わす。

$$r = r_0 + a \sin(\omega t) \quad (\text{T4-2})$$

定常状態での自動車 B の速度の振動成分の振幅  $b$  を求めよ。さらに、自動車 A と自動車 B の速度の振動成分の大きさを比較せよ。なお、自動車同士は衝突しないものとする。



### Question T4

Car A travels at the speed of  $r$ , and car B is controlled to follow car A as shown in Figure T4-1. Cars A and B go to the left and do not turn. The symbols  $m$ ,  $f$  and  $v$  represent the mass, the driving force and the speed of car B, respectively. The force  $f$  and the velocity  $v$  are positive when they toward to the left. Neglect friction forces between the tires and the road surface and treat the cars as particles.

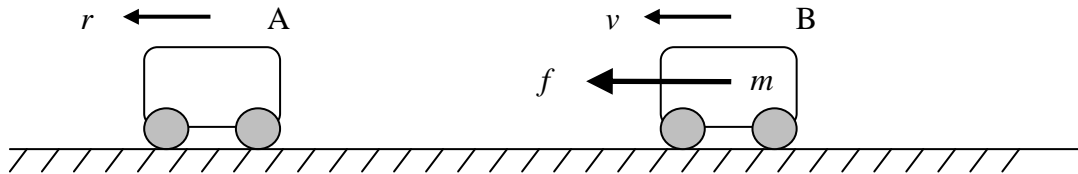


Figure T4-1

The driving force  $f$  of Car B is obtained by a controller which takes the relative velocity between Car A and Car B as its input. Then the driving force is written as

$$f = k(r - v), \quad (\text{T4-1})$$

where  $k$  is feedback gain.

- (1) Find the equation of motion of Car B.
- (2) Find the transfer function from  $r$  to  $v$ . Use  $s$  for Laplace operator.
- (3) Find the condition to stabilize the control system.

Consider the control system is stable in the following questions.

- (4) Car A in a state of rest suddenly starts travelling at the speed of  $V$ . Answer if Car B can follow Car A at the speed of  $V$  finally with the feedback controller, with brief explanation.
- (5) Assume the speed of Car A is not constant but includes fluctuation, as shown:

$$r = r_0 + a \sin(\omega t), \quad (\text{T4-2})$$

where  $a$  is amplitude of the fluctuation,  $r_0$  is constant,  $t$  is time,  $\omega$  is angular frequency of the fluctuation.

Find out the amplitude of the fluctuation included in the speed of Car B in steady state, which is represented by  $b$ . Then compare the amplitude  $b$  with  $a$ . Assume the cars do not collide with each other.

## 先端表現情報学 第5問 (Question T5)

半径  $R$  の球上の点でのガウス曲率、平均曲率を計算する。以下の問いに答えよ。

(1) 座標原点に中心のある半径  $R$  の円上の点  $P$  を考える。点  $P$  の座標を、 $X$  軸から測った中心角  $\theta$  [radian] と  $R$  を用いて表現せよ。

(2) 点  $P$  を  $X$  軸から測った円弧長  $S$  で表現せよ。

(3) 点  $P$  での接線のベクトルを計算せよ。

(4) 点  $P$  での曲率の値を求めよ。

(5) 直線の曲率はいくらか。

(6) ガウス曲率と平均曲率の定義を述べよ。

(7) 半径  $R$ 、高さ  $H$  の円筒の側面での、最大曲率と最小曲率はいくらか。なお、以降の議論では、曲率の符号は、その点での法線と曲率ベクトルが同一の場合を正とし、逆の場合を負とする。

(8) 半径  $R$  の球上のガウス曲率を求めよ。

(9) 半径  $R$  の球上の平均曲率を求めよ。

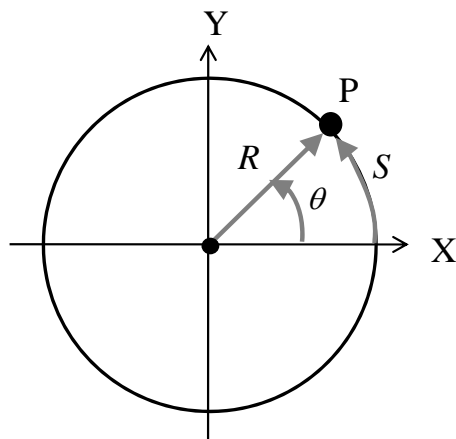


図 T5-1

### Problem T5

Calculate the Gaussian curvature and the mean curvature at a point on the sphere, of which radius is  $R$ . Answer the following questions.

(1) Let us consider a point  $P$ , on the circle, of which center is located at the origin of the coordinate system, and of which radius is  $R$ . Describe the coordinates of a point using the radius and the center angle from the  $X$  axis,  $\theta$  [radian].

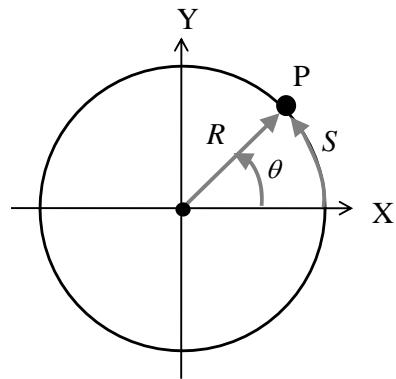


Figure T5-1

(2) Describe the coordinates of the point  $P$ , using the arc length  $S$ . Here,  $S$  is the arc length between  $P$  and the  $X$  axis.

(3) Determine the tangential vector at  $P$ .

(4) Determine the curvature at  $P$ .

(5) Determine the curvature at a point on a straight line.

(6) Describe the definition of the Gaussian curvature and the mean curvature.

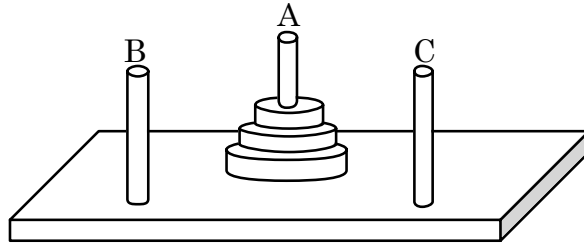
(7) Determine the maximum and minimum curvature at a point on the side surface of a cylinder, of which height is  $H$  and of which radius is  $R$ . In the following discussions, the signature of the curvature is defined as the positive when the curvature vector and the surface normal have the same direction, and done as the negative, otherwise.

(8) Determine the Gaussian curvature of a point on the sphere, of which radius is  $R$ .

(9) Determine the mean curvature of a point on the sphere.

## 総合分析情報学 第2問 (Question A2)

台の上に3本の棒 A、B、Cがある。今 A の棒に N 枚の穴の空いた円盤が重ねられている。円盤の大きさはすべて異なり、下にいくほど大きくなっている。ここで、円盤の番号を一番上から、1 番、2 番、...、N 番とする。



問題は、A の棒にある N 枚の円盤を、次の規則に従って B の棒に移動することである。

規則 1 : 1 回に 1 枚の円盤しか移動してはならない。

規則 2 : 常に下の円盤が上の円盤より大きくなければならない。

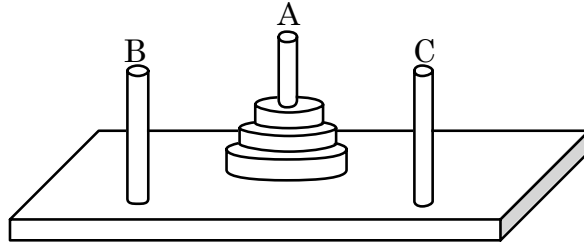
規則 3 : 円盤は 3 本の棒 A、B、C 以外に置いてはいけない。

- (1) 円盤の枚数が N のとき、棒 A から棒 B へ N 枚の円盤を移動する手順を出力する再帰的なアルゴリズムを文章で示せ。
- (2) (1) のアルゴリズムを N を引数として C 言語で実装したプログラムを示せ。
- (3) (1) のアルゴリズムに従って棒 A から棒 B へ N 枚の円盤を移動するために必要最小限の円盤の移動回数  $M(N)$  を求めよ。また、 $M(10)$  を計算せよ。
- (4) 以下の再帰的呼び出しを行っている C 言語のプログラムを、再帰的呼び出しを使わないプログラムに変形せよ。ここで、S の部分は 1 個以上の return 文を含み関数 F の呼び出しを行わない文の並びである。

```
void F(int x, int y) {
    int a, b;
    ... S ...
    F(a, b);
    return;
}
```

## Question A2

Consider three rods A, B, and C, and N disks of different diameters that may slide onto any rod. As shown in the figure below, rod A has all the disks in ascending order of diameter. The disks are numbered from top to bottom as No.1, No.2,..., and No.N.



Suppose moving N disks from rod A to rod B observing the following rules.

Rule 1: Only one disk may move at a time.

Rule 2: Disks must be stacked in ascending order of diameter.

Rule 3: Disks must stay on either of three rods, A, B, and C.

- (1) Describe a recursive algorithm for moving N disks from rod A to rod B.
- (2) Implement the algorithm in (1) as a function of N in C language.
- (3) Using the algorithm in (1), obtain the minimum number of moves,  $M(N)$ , for transferring all the N disks from rod A to B. Also calculate  $M(10)$ .
- (4) Transform the following recursive program in C language into a program without a recursive call. Here, the part S includes one or more “return” sentences and does not call function F.

```
void F(int x, int y) {  
    int a, b;  
    ... S ...  
    F(a, b);  
    return;  
}
```

## 総合分析情報学 第4問 (Question A4)

- (1) 割り込み処理に関する以下の問いに答えよ。
- (a) 割り込み処理とはどのような処理か説明せよ。
  - (b) サブルーチンと割り込みの処理は、どのような点で異なるか説明せよ。
- (2) パイプラインハザードに関する以下の問いに答えよ。C言語で図1のコードをコンパイルしたところ図2のような機械語に翻訳された。変数のメモリマップは図3を参照せよ。
- (a) CPUがこの機械語をパイプライン処理している場合に、どのようなパイプラインハザードがありうるか説明せよ。
  - (b) 上記のパイプラインハザードを回避するために、図2の機械語を一部修正した機械語を記せ。その際、なぜそのハザードが回避できるのか説明せよ。

```

A = B + C;
D = B + E;
```

図1：C言語による演算コード

```

LOAD   R1 S0(4)
LOAD   R2 S0(8)
ADD    R3 R1 R2
STORE  S0(0) R3
LOAD   R2 S0(16)
ADD    R3 R1 R2
STORE  S0(12) R3
```

図2：図1のコードを翻訳した機械コード

注：

S0 (ADR) : (S0レジスタの値 + ADR) 番地のアドレスを表す。

LOAD A B : メモリBのデータをレジスタAにロードする。

STORE A B : レジスタBのデータをメモリAにストアする。

ADD A B C : レジスタBのデータとレジスタCのデータを足してレジスタAに格納する。

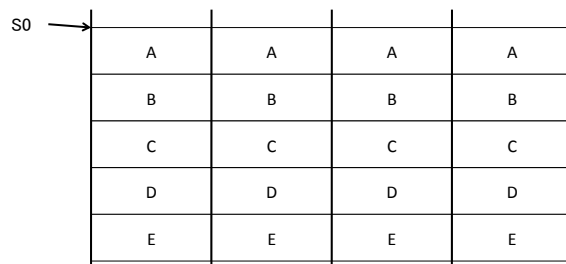


図3：変数のメモリマップ

## Question A4

- (1) Answer the following questions on interrupt processing.
  - (a) Define interrupt processing.
  - (b) Explain the difference between interrupt processing and subroutine.
  
- (2) Answer the following questions regarding pipeline hazard. The code in C language shown in Figure 1 is compiled into machine language as shown in Figure 2. Refer to Figure 3 for the memory map.
  - (a) Explain pipeline hazards that may occur in the pipeline processing of the machine language code in CPU.
  - (b) To avoid the above pipeline hazard, how can we modify the machine language code of Figure 2? Explain why the modified code can avoid the hazard.

<pre>A = B + C; D = B + E;</pre>
----------------------------------

**Figure 1: The source code in C language**

<pre>LOAD  R1 S0(4) LOAD  R2 S0(8) ADD   R3 R1 R2 STORE S0(0) R3 LOAD  R2 S0(16) ADD   R3 R1 R2 STORE S0(12) R3</pre>
---

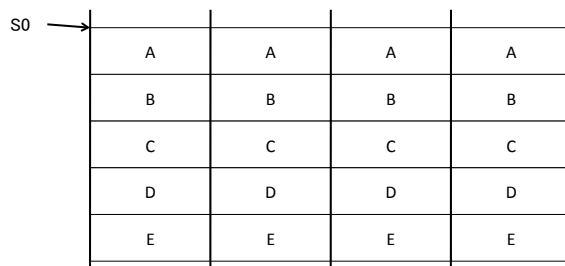
**Figure 2: The machine language code compiled from the code shown in Figure 1**

Note: S0 (ADR) means the address of “S0 register value + ADR”

LOAD A B : load the value of memory B into register A.

STORE A B : store the value of register B into memory A.

ADD A B C : store the sum of data B and data C into register A.



**Figure 3: The memory map of the variables**

Entrance Examination for Masters Program  
in Emerging Design and Informatics Course,  
Graduate School of Interdisciplinary Information Studies,  
The University of Tokyo.  
Academic Year 2011  
(14:00-16:00, August 23, 2010)

Directions: Do not open this booklet before the examination begins.  
Read the following instructions carefully.

1. This booklet is for the examinees in Emerging Design and Informatics Course, Graduate School of Interdisciplinary Information Studies.
2. This booklet includes 14 pages (T-1 ~ T-10, A-1 ~ A-4) . Report missing, misplaced, and imperfect pages to the instructor.
3. This booklet includes a set of five questions (Question T1 ~ T5), and a set of two questions (Question A2 and A4). Select any three questions from Question T1 ~ T5, or two questions from Question T1 ~ T5 and one question from A2 and A4. Then, answer only three questions you chose.
4. Each question is described both in Japanese and in English. Use the Japanese version primarily; the English version is provided for the reference purpose only.
5. There are three answer sheets and a scratch paper. Use one answer sheet per question. A scratch paper is provided for calculation. Only the answer sheets will be considered valid.
6. Write a question number and your examinee's number in the designated boxes located at the top of each answer sheet. The answer missing a question number and/or an examinee's number will not be considered valid.
7. Use only black pencils (or black mechanical pencils).
8. Answer the questions in Japanese as a general rule, although you are also allowed to answer in English.
9. Do not leave the room until the examination is finished.
10. Do not take away this booklet, the answer sheets, and the scratch paper.
11. Write your examinee's number and your name in the designated boxes below.

Examinee's Number	
Name	